

文章编号:1000-8055(2012)02-0282-07

一种叶片缘板阻尼器二维耦合振动的分析方法

何尚文¹, 任兴民¹, 秦卫阳¹, 邓旺群²

(1. 西北工业大学 力学与土木建筑学院, 西安 710072;

2. 中国航空工业集团公司 中国航空动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

摘 要: 采用带滑动触点的并联弹簧来模拟二维平面运动时叶片-阻尼器间的干摩擦接触, 建立一种二维局部滑动摩擦接触模型. 在叶片缘板处附加两个相互垂直的弹簧阻尼单元来模拟叶片振动时的二维干摩擦力建立 B-G (blade-ground) 型叶片-缘板阻尼器有限元模型. 结合两个模型提出二维耦合振动时叶片缘板阻尼器减振特性的分析方法. 算例分析表明在工作频率附近, 存在一个正压力的范围使得二维耦合振动时叶片稳态幅值减振效果最好, 频率对稳态幅值减振特性无明显影响. 分析方法适用于各种复杂平面摩擦接触时叶片缘板阻尼器耦合振动的分析.

关 键 词: 航空推进系统; 减振; 二维局部滑动模型; 干摩擦阻尼特性; B-G 型缘板阻尼器; 耦合振动
中图分类号: V232.4 **文献标志码:** A

Method for analyzing two-dimensional coupled vibration of turbine blade with dry friction platform damper

HE Shang-wen¹, REN Xing-min¹, QIN Wei-yang¹, DENG Wang-qun²(1. School of Mechanics, Civil Engineering and Architecture,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;2. China Aviation Power Plant Research Institute,
Aviation Industry Corporation of China, Zhuzhou Hunan 412002, China)

Abstract: A two-dimensional micro slip model was presented by introducing parallel springs with sliding contact to simulate two-dimensional friction force in in-plane motion. Two coupling spring-damper elements were used to mimic the damping effect and the finite element model of the B-G (blade-ground) platform damper was set up. From the friction model and finite element model, the reducing vibration characteristic of blade at or near operating frequency is studied. The results show that there is a range of normal load, during which the steady amplitude of blade can be controlled to a minimum value, and that exciting frequency has no effect on reducing vibration characteristic of blade. The two-dimensional micro model can be developed to analyze blade with platform damper as contacting motion is in complicated in-plane.

Key words: aviation propulsion system; reducing vibration;
two-dimensional micro slip model; dry friction damping characteristic;
B-G (blade-ground) platform damper; coupled vibration

在叶片缘板处附加干摩擦阻尼器是抑制航空 发动机叶片振动的有效方法. 研究表明建立科学、

收稿日期:2011-03-21; 修订日期:2011-07-19

基金项目:航空科学基金(20092108003)

作者简介:何尚文(1983—),男,河南舞阳人,博士生,主要从事干摩擦阻尼减振方面研究.

准确的摩擦接触模型是该类阻尼器计算分析的关键。Iwan^[1]提出了弹簧的并联和串联模型来模拟一维摩擦接触;Menq 等^[2]引入弹性剪切层来模拟摩擦接触面的一维局部滑动;漆文凯、高德平^[3-4]对一维局部滑动做了重要研究,提出一种一维解析摩擦模型;随着研究深入,一维摩擦模型不能求解叶片耦合振动问题的局限性愈加明显,且工程中叶片并非一维振动。为了贴近工程实际,研究叶片耦合振动减振特性,单颖春、郝燕平、朱梓根^[5-7]基于二维整体滑动模型推导了二维平面摩擦接触下摩擦力的计算公式,为二维局部滑动模型的提出奠定了重要基础;Griffin 等^[8]研究了接触点做圆运动时对结构振动响应的控制,Menq 等^[9]将接触点简化为椭圆运动,Sanliturk 等^[10]提出了建立二维局部滑动模型的思路,并针对质量-弹簧系统振动特性进行了研究。

实际上和一维滑动^[2,11]一样,二维滑动过程中,存在着完全黏滞、局部滑动、整体滑动三种情形或阶段。本文在一维局部滑动模型^[11]和二维整体滑动模型^[7]基础上,提出一种二维局部滑动模型模拟二维平面运动时摩擦接触面部分滑动、部分黏滞的情形,并推导了二维局部滑动模型下摩擦力的计算公式;建立叶片有限元模型,在叶片缘板接触处附加两个相互垂直的弹簧阻尼单元等效阻尼器作为有限元计算的边界条件。将摩擦接触模型和有限元模型结合建立了叶片耦合振动的分析方法,研究了二维耦合振动时叶片在工作频率及附近稳态幅值的减振特性及摩擦接触特性。

1 叶片二维耦合振动分析方法

1.1 二维局部滑动模型

参考文献^[11]建立的一维局部滑动摩擦模型给定相关摩擦接触参数,从临界滑动状态(接触面间将要发生整体滑动,此时摩擦力 f 值为 μN , μ 为动滑动摩擦因数, N 为接触面间正压力)卸载、重复加载时,干摩擦力和接触面间相对位移的迟滞曲线如图 1 所示。另外为了模拟接触面间一维局部滑动,Iwan^[1]的弹簧并联和串联模型很有代表性。研究表明并联模型在模拟局部滑动时更为直观、便捷,如图 2 所示,图中 k_j 为对应弹簧刚度, R_j 为对应的临界摩擦力。

对应图 2,摩擦力 f 与位移 u 的关系为

$$f(u) = \sum_{j=1}^m R_j + \left(\sum_{j=m+1}^n k_j \right) u \quad (1)$$

式(1)中序号为 1 到 m 的弹簧滑动触点已经

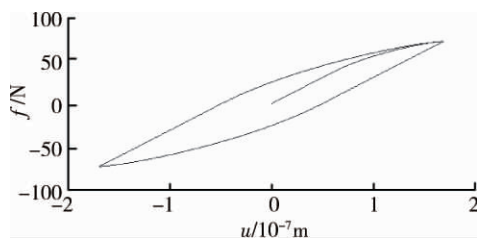


图 1 临界状态时摩擦力-位移迟滞曲线

Fig. 1 Hysteretic curve of friction force vs displacement under critical slip

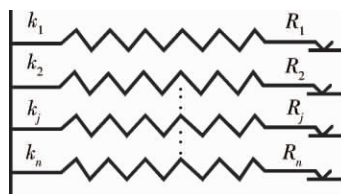


图 2 并联模型

Fig. 2 Parallel model

开始滑动, $m+1$ 到 n 的弹簧还处于弹性变形阶段。用并联弹簧模型来替代文献^[11]的一维局部滑动模型,参考图 1 中类椭圆曲线内部的初始加载阶段迟滞曲线,令摩擦接触面开始局部滑动的临界位移为 u_1 ,开始整体滑动的临界位移为 u_n ,以 u_1 为首项 u_n 为末项形成一个等差数列,则第 2 到 $n-1$ 个弹簧的临界位移为分别为数列的第 2 到 $n-1$ 项。由初始加载曲线可得到 u_j 对应的 P_j ,依据方程(2)可解得 k_j ($j=1,2,\dots,n$),然后得到 R_j 。当用 2 个、4 个或 6 个弹簧并联来模拟摩擦力-位移迟滞曲线时结果如图 3 所示。

$$\begin{cases} (k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n)u_1 = P_1 \\ k_1 u_1 + (k_2 + k_3 + \dots + k_n)u_2 = P_2 \\ k_1 u_1 + k_2 u_2 + (k_3 + \dots + k_n)u_3 = P_3 \\ \vdots \\ k_1 u_1 + k_2 u_2 + k_3 u_3 + \dots + k_n u_n = P_n = \mu N \end{cases} \quad (2)$$

分析图 3 可知,弹簧数目 n 越大,并联模型模拟形成的摩擦力-位移迟滞曲线越接近如图 1 的迟滞曲线。当弹簧个数为 6 时,两迟滞曲线已基本重合,实质上当接触面长度、弹性模量、横截面积及滑动摩擦因数这些因素变化不大时,此结论具有较强的通用性,接触正压力的变化对此结论通用性影响不大。因而本文研究时选用 6 个弹簧来模拟相同摩擦接触条件下的二维摩擦,如图 4 所示。令方程(2)中的 n 等于 6 进行求解,可得 6 个弹簧的参数 k_j 和 R_j ($j=1,2,\dots,6$)。

图 4 中 $b_1, \dots, b_6$ 为弹簧对应的滑动触点,当

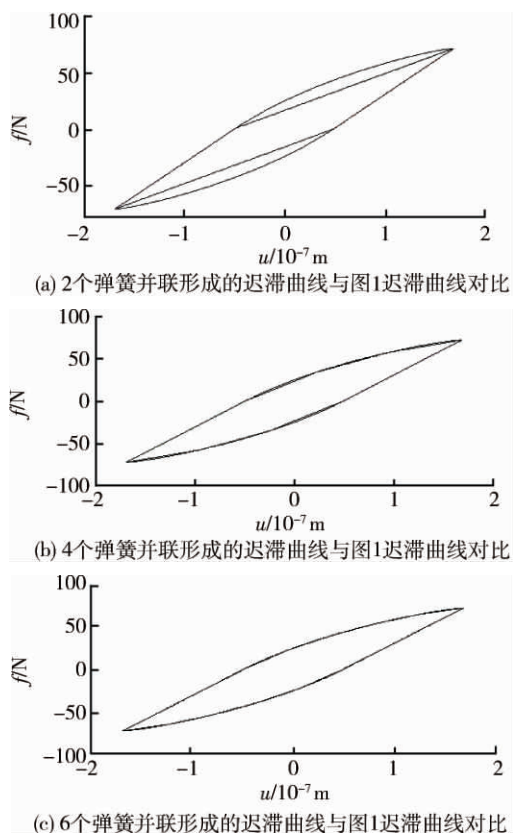


图 3 并联模型形成迟滞曲线与图 1 对比

Fig. 3 Hysteretic curve comparison between parallel model and figure 1

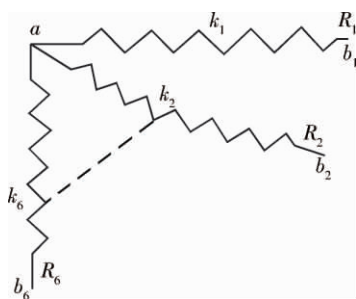


图 4 二维局部滑动模型

Fig. 4 Two-dimensional (2-D) micro slip model

第 j 个弹簧的变形小于 R_j/k_j , 则 b_j 保持黏滞状态, 否则 b_j 开始滑动, 各个触点可能状态不同。

文中假设叶片缘板和叶盘摩擦, 叶盘固定。 a 为叶片缘板上摩擦触点, b_j 为滑动触点。 设初始时 b_j 和 a 重合, 即弹簧无长度, 叶片开始振动后, 由一次谐波平衡法^[10,12] 设点 a 运动轨迹为 $x_a = A_x \cos(\omega t + \phi_x)$, $y_a = A_y \cos(\omega t + \phi_y)$, ω 为外激励角频率, A_x, A_y 为 x, y 方向的振动幅值, ϕ_x, ϕ_y 为 x, y 方向振动的初相位。 已知 a 点的运动轨迹, 可由轨迹跟踪法求得 b_j 的运动轨迹。 下面简要介绍轨迹跟踪法求解 b_j 轨迹的方法(其他滑动触点轨迹确定方法与 b_1 相同): 首先将一个振动周期时

间分为足够多离散的时刻 $t_i (i = 0, 1, \dots, n)$, n 越大求得摩擦力的数值解就越精确。 为了保证精确并兼顾计算效率, n 取值应适当大。 设 t_i 时刻时 a 点的位置 $a_i(x_{ai}, y_{ai})$ 为 $(A_x \cos(\omega t_i + \phi_x), A_y \cos(\omega t_i + \phi_y))$, t_i 时刻时 b_1 点位置为 (x_{bi}, y_{bi}) 。 假设 b_1 最初位置为 $(0, 0)$, 比较 a_0 距 $(0, 0)$ 的距离与 R_1/k_1 的大小: 若小于或等于 R_1/k_1 , 则 $x_{b0} = 0, y_{b0} = 0$; 若大于则 b_1 将向 a 点运动且使摩擦力值为 R_1 , x_{b0}, y_{b0} 按式(3)计算。 比较 a_1 和 (x_{b0}, y_{b0}) 间的距离和 R_1/k_1 的大小; 如果小于或等于 R_1/k_1 , 则 b_1 保持不动, 若大于则 b_1 将向 a 点运动且使摩擦力值为 R_1 , x_{b1}, y_{b1} 按式(4)计算, 依次类推 x_{bi}, y_{bi} 按式(5)计算。 可确定一个周期内 b_1 的轨迹, 再以这个周期最后的 b_1 位置作为下个周期 b_1 位置的初始点, 按上述跟踪方法计算, 当相邻两个周期的轨迹趋于一致时认为轨迹收敛。 由 a 点和 b_1 点的运动轨迹可以求得一个稳态周期内的摩擦力大小及方向(与 x 正半轴夹角), 按式(6)计算, 同理可得到其他 5 个弹簧所模拟的摩擦力大小和方向。 将所有摩擦力分解到 x 和 y 两个方向并相加可得到二维接触运动时一个稳态周期内干摩擦力在 x 和 y 方向的离散数值解如式(7)所示。

$$\begin{cases} x_{b0} = \begin{cases} x_{a0} - R_1 / [k_1 \sqrt{1 + (y_{a0}/x_{a0})^2}] & (x_{a0} \geq 0) \\ x_{a0} + R_1 / [k_1 \sqrt{1 + (y_{a0}/x_{a0})^2}] & (x_{a0} < 0) \end{cases} \\ y_{b0} = x_{b0} y_{a0} / x_{a0} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x_{b1} = \begin{cases} x_{a1} - R_1 / \{k_1 \sqrt{1 + [(y_{a1} - y_{b0}) / (x_{a1} - x_{b0})]^2}\} & (x_{a1} \geq x_{b0}) \\ x_{a1} + R_1 / \{k_1 \sqrt{1 + [(y_{a1} - y_{b0}) / (x_{a1} - x_{b0})]^2}\} & (x_{a1} < x_{b0}) \end{cases} \\ y_{b1} = (y_{a1} - y_{b0})(x_{b1} - x_{a1}) / (x_{a1} - x_{b0}) + y_{a1} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x_{bi+1} = \begin{cases} x_{ai+1} - \frac{R_1}{k_1 \sqrt{1 + [(y_{ai+1} - y_{bi}) / (x_{ai+1} - x_{bi})]^2}} & (x_{ai+1} \geq x_{bi}) \\ x_{ai+1} + \frac{R_1}{k_1 \sqrt{1 + [(y_{ai+1} - y_{bi}) / (x_{ai+1} - x_{bi})]^2}} & (x_{ai+1} < x_{bi}) \end{cases} \\ y_{bi+1} = \frac{(y_{ai+1} - y_{bi})(x_{bi+1} - x_{ai+1})}{(x_{ai+1} - x_{bi})} + y_{ai+1} \end{cases} \quad (5)$$

轨迹收敛后一个稳态周期内 t_i 时刻对应的 1

号弹簧模拟的摩擦力大小和方向为

$$\begin{cases} f_1(i) = k_1\sqrt{(x_{ai} - x_{bi})^2 + (y_{ai} - y_{bi})^2} \\ \theta_1(i) = \begin{cases} a \tan[(y_{ai} - y_{bi}) / (x_{ai} - x_{bi})] & (x_{ai} - x_{bi} \geq 0) \\ \pi + a \tan[(y_{ai} - y_{bi}) / (x_{ai} - x_{bi})] & (x_{ai} - x_{bi} < 0) \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

同理可得 $f_2(i), \dots, f_6(i)$ 及 $\theta_2(i), \dots, \theta_6(i)$. 则 t_i 时刻对应的总摩擦力为

$$\begin{cases} f_x(i) = \sum_{j=1}^6 f_j(i) \cos(\theta_j(i)) \\ f_y(i) = \sum_{j=1}^6 f_j(i) \sin(\theta_j(i)) \end{cases} \quad (7)$$

1.2 叶片耦合振动分析方法

首先建立叶片-阻尼器结构有限元模型,研究表明干摩擦力主要体现为刚度和阻尼作用.在缘板下沿中心处节点上附加两个相互垂直的弹簧阻尼单元来模拟 x 和 y 方向上的干摩擦力,弹簧阻尼单元的另一端节点固定,如图 5 所示.弹簧阻尼单元的两个参数刚度和阻尼按式(8)计算,其中 f_x, f_y 由式(7)计算.

$$\begin{cases} k_{ex} = \frac{\omega}{\pi A_x} \int_0^{2\pi/\omega} f_x \cos(\omega t + \phi_x) dt \\ c_{ex} = \frac{-1}{\pi A_x} \int_0^{2\pi/\omega} f_x \sin(\omega t + \phi_x) dt \\ k_{ey} = \frac{\omega}{\pi A_y} \int_0^{2\pi/\omega} f_y \cos(\omega t + \phi_y) dt \\ c_{ey} = \frac{-1}{\pi A_y} \int_0^{2\pi/\omega} f_y \sin(\omega t + \phi_y) dt \end{cases} \quad (8)$$

式(8)中 k_{ex}, k_{ey}, c_{ex} 和 c_{ey} 分别为阻尼器在 x 和 y 方向的等效刚度和等效阻尼.用 Matlab 软件计算

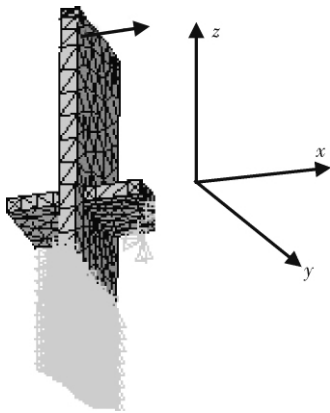


图 5 B-G (blade-ground) 型涡轮叶片干摩擦缘板阻尼器有限元模型

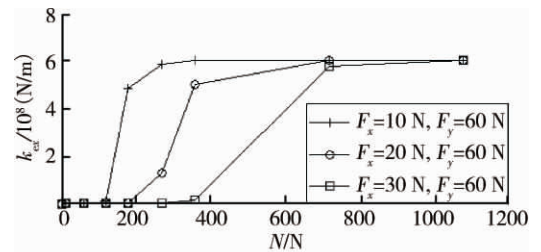
Fig. 5 Finite element model of B-G (blade-ground) platform damper

摩擦阻尼特性(弹簧阻尼单元的参数),ANSYS 软件的谐响应分析模块计算叶片稳态响应,两者结合进行迭代,当相邻两步的 A_x, A_y, ϕ_x, ϕ_y 之差均满足误差限时,停止迭代并输出结果.

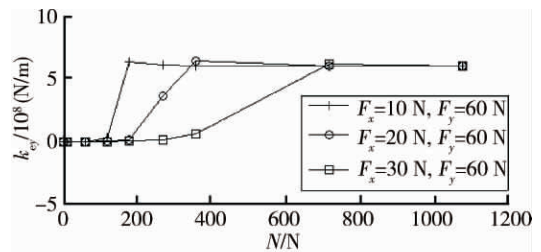
2 算例和分析

叶片工作频率为 750 Hz,计算频率为 730, 750, 770 Hz. 叶片 y 向的刚度非常大,振动较弱,总的振动能量主要集中在 x 方向,在叶尖施加 y 向简谐激励,力幅 F_y 为 60 N; x 方向施加力幅 F_x 分别为 10, 20, 30 N 的简谐激励,频率和 y 方向一致.

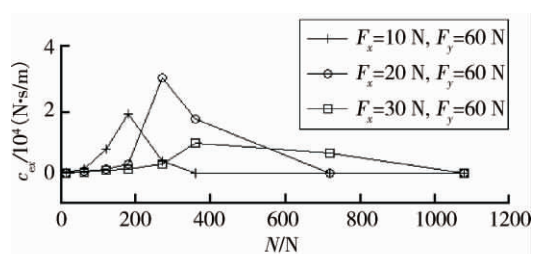
稳态时阻尼器等效的刚度和阻尼分别随正压力、 x 方向外激励幅值变化的规律如图 6、图 7 所



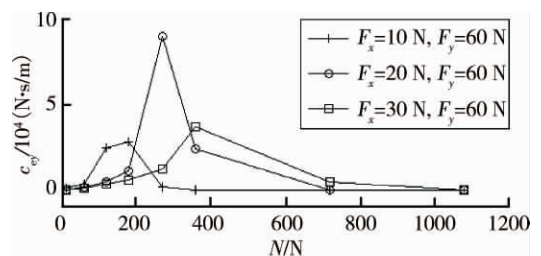
(a) 不同 F_x 下随 k_{ex} 正压力变化的曲线



(b) 不同 F_x 下随 k_{ey} 正压力变化的曲线



(c) 不同 F_x 下随 c_{ex} 正压力变化的曲线



(d) 不同 F_x 下随 c_{ey} 正压力变化的曲线

图 6 等效刚度和等效阻尼随正压力变化曲线

Fig. 6 Equivalent stiffness and damping vs. N curve

示. 图 6、图 7 为频率 750 Hz 下的计算结果,其他两个频率下的结果与 750 Hz 下规律一致未列出.

由图 6 知各外激励下, k_{ex} 随着正压力增大而增加到一定值, c_{ex}, c_{ey} 随正压力增大先增加后减小, 正压力增大到一定值后阻尼器主要显示刚度特性, 与基于一维振动的规律^[11]一致. 而振动耦合导致 k_{ey} 随正压力增大而增加到某值后稍减至一定值, 变化规律与一维振动时^[11]略有不同.

由图 7 知正压力为 1080 N 时摩擦接触为完全黏滞. 其他正压力下, k_{ex} 随 F_x 增大而减小, 与基于一维振动的规律^[11]一致, 耦合振动使 k_{ey} 随

F_x 的变化规律与 k_{ex} 的不太一致; 不同正压力下 c_{ex}, c_{ey} 随 F_x 的变化规律不一致是由于正压力不同导致摩擦接触状态不同引起. 等效阻尼随 F_x 增大而减小表明系统稳态时接触面间发生整体滑动; 随 F_x 增大而增加表明系统稳态时接触面间发生局部滑动; 随 F_x 增大先增加后减小表明随着 F_x 增大系统稳态时先发生局部滑动后发生整体滑动. 振动耦合对两方向等效阻尼变化规律有影响.

系统稳态时叶尖 x 和 y 方向稳态幅值随正压力变化的曲线分别如图 8、图 9 所示.

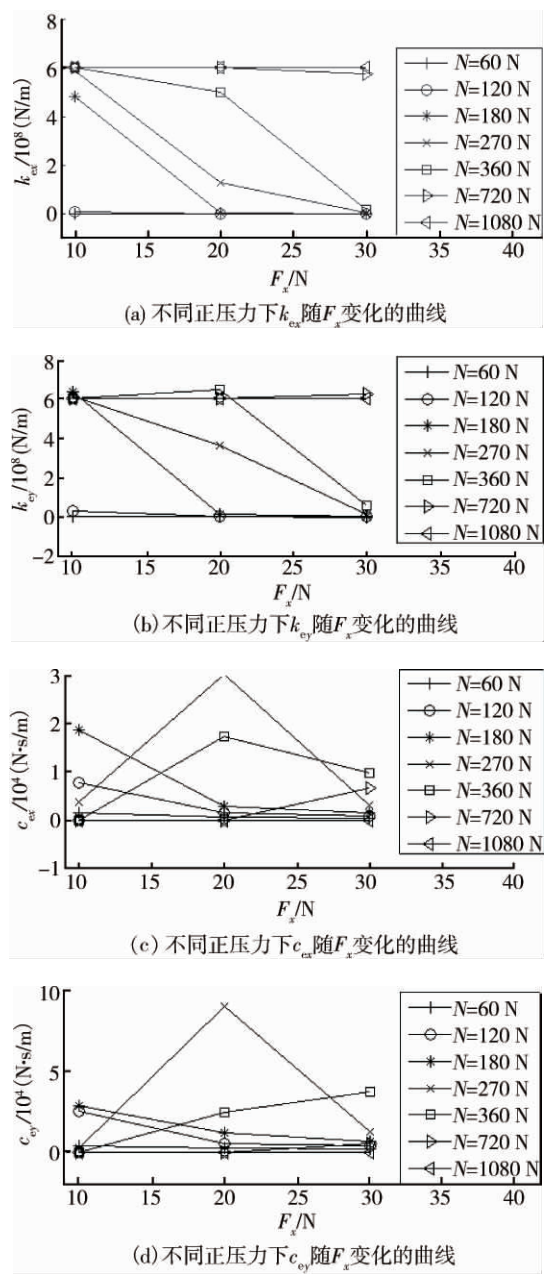


图 7 等效刚度和等效阻尼随 F_x 变化曲线
Fig. 7 Equivalent stiffness and damping
vs. F_x curve

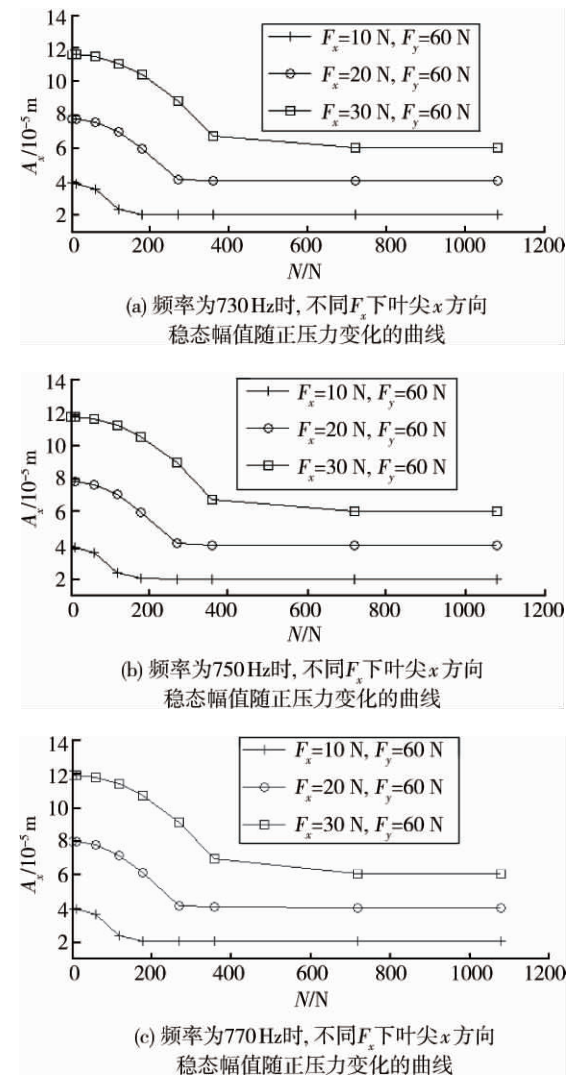


图 8 叶片工作频率附近不同 F_x 下叶尖 x 方向
稳态幅值随正压力变化的曲线
Fig. 8 A_x vs. N curve under different F_x near
working frequency

分析图 8、图 9 可知, 频率对 x 方向、 y 方向振动的减振规律影响不大; 存在最优正压力使得某一频率下叶尖稳态幅值减振效果最佳, x 方向、 y 方向达到最佳减振效果需要的正压力不太一

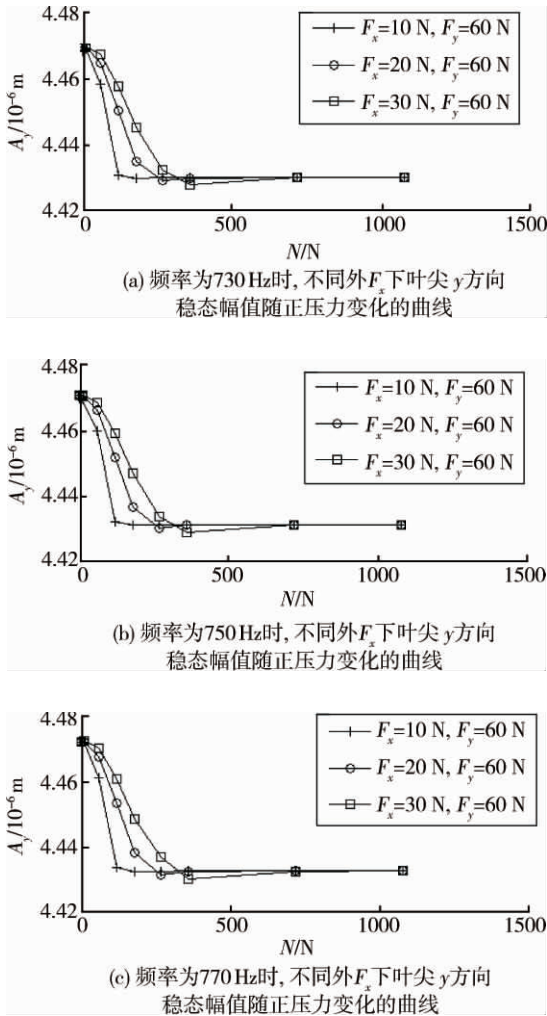


图 9 叶片工作频率附近不同 F_x 下叶尖 y 方向稳态幅值随正压力变化的曲线

Fig. 9 A_y vs. N curve under different F_x near working frequency

致;外激励幅值增大,最佳正压力的取值也将增加,反之减小;正压力增大到摩擦接触面接近弹性变形阶段时, A_y 随正压力增大而减小至某值后稍有增加, A_x 一直减小. 针对本文的叶片-阻尼器结构,由于叶片尺寸很小,系统 x 方向、 y 方向的一弯振动频率均远高于工作频率,稳态时振动为两个方向的一弯振动耦合,正压力设计在最优值附近时,除了摩擦阻尼耗能外,阻尼器刚度调频对振动抑制作用也很显著.

表 1 列出了具有代表性的部分计算结果, A_{dx} 和 A_{dy} 分别为 x 和 y 方向叶尖幅值减小率. 分析可知:在叶片工作频率及附近,附加阻尼器对叶片 x 和 y 方向振动均有抑制作用;各个正压力下叶尖 x 方向稳态幅值减振效果明显优于 y 方向,这是由于两个方向振动耦合导致的.

表 1 叶尖 x 方向和 y 方向减振效果比较
Table 1 Comparison of blade reducing effect between normal direction and tangent direction

N/N	$A_{dx}/\%$	$A_{dy}/\%$
60	8.795	0.243
120	40.05	0.856
180	48.83	0.885
360	49.06	0.881

3 结 论

- 1) 本文建立的减振分析方法适用于各种复杂平面摩擦接触时涡轮叶片耦合振动包括弯扭耦合的分析;该分析方法迭代步数一般不超过 10 步.
- 2) 在工作频率附近激振频率对系统振动及减振特性变化规律影响不大.
- 3) 各个外激励下阻尼器的等效刚度随正压力增大而增大到某值后基本不变,等效阻尼随正压力增大先增加后减小;不同正压力下,等效刚度基本随外激励幅值增大而减小,等效阻尼随外激励幅值变化规律不一致. 振动耦合后与基于一维振动的等效刚度及阻尼变化规律^[11] 不完全一致.
- 4) 存在最佳正压力使得叶尖 x, y 向稳态幅值有最佳减振效果;外激励增加,叶尖稳态幅值达到最佳减振效果需要的正压力增加,反之减小; x 和 y 向达到最佳减振效果需要的正压力不太一致. 振动耦合使叶尖 x 方向稳态幅值的减振效果明显优于 y 方向.
- 5) 文中分析更贴近工程,可以提高实际中最佳正压力设计的准确度.

参考文献:

[1] Iwan W D. On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1967, 34(3): 612-617.

[2] Menq C H, Bielak J, Griffin J H. The influence of microslip on vibratory response Part I: a new microslip model[J]. Journal of Sound and Vibration, 1986, 107(2): 279-293.

[3] 漆文凯, 高德平. 带摩擦阻尼装置系统振动响应分析方法研究[J]. 航空动力学报, 2006, 21(1): 161-167.

QI Wenkai, GAO Deping. Study of vibration response analysis method for the dry friction damping systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(1): 161-167. (in Chinese)

[4] 漆文凯, 高德平. 摩擦阻尼减振设计中的局部滑动问题[J]. 航空学报, 2006, 27(5): 805-809.

QI Wenkai, GAO Deping. Microslip study on friction

- damping and its application in design of vibration reductions[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, 27(5): 805-809. (in Chinese)
- [5] 单颖春, 朱梓根. 平面接触圆运动摩擦力的解析与数值算法[J]. *航空动力学报*, 2006, 17(4): 447-450.
SHAN Yingchun, ZHU Zigen. Theoretical and numerical methods for solving friction force of circular motion in contact plane[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2006, 17(4): 447-450. (in Chinese)
- [6] 单颖春, 朱梓根. 复杂接触运动下非线性摩擦力的求解[J]. *润滑与密封*, 2006, 175(3): 73-77.
SHAN Yingchun, ZHU Zigen. The solution of nonlinear friction forces when friction interfaces constrained to complex contact motions[J]. *Lubrication Engineering*, 2006, 175(3): 73-77. (in Chinese)
- [7] 郝燕平, 朱梓根. 叶片摩擦阻尼器的优化设计方法研究[J]. *航空动力学报*, 2002, 17(3): 349-356.
HAO Yanping, ZHU Zigen. Optimization design of friction damper of blade[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2002, 17(3): 349-356. (in Chinese)
- [8] Griffin J H, Menq C H. Friction damper of circular motion and its implication to vibration control[J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1991, 113(2): 225-229.
- [9] Menq C H, Chidamparam P, Griffin J H. Friction damping of two-dimensional motion and application in vibration control[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 144(3): 427-447.
- [10] Sanliturk K Y, Ewins D J. Modelling two-dimensional friction contact and its application using harmonic balance method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 193(2): 511-523.
- [11] 何尚文, 任兴民, 秦卫阳等. 基于整体-局部统一滑动模型的叶片缘板阻尼器减振特性分析[J]. *西北工业大学学报*, 2010, 28(6): 872-876.
HE Shangwen, REN Xingmin, QIN Weiyang, et al. A method for reducing the blade vibration of platform damper using the macro-micro slip model[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2010, 28(6): 872-876. (in Chinese)
- [12] 闻邦椿, 李以农, 许培民, 等. 工程非线性振动[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
WEN Bangchun, LI Yinong, XU Peimin, et al. *Engineering nonlinear vibration*[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)